

## ODAK DIŞI BESLEMELİ SİLİNDİRİK PARABOLİK REFLEKTÖR ANTENLERE AİT IŞIMA İNTEGRALİNİN OPTİMİZASYONU

Uğur YALÇIN\*

Yusuf Ziya UMUL\*\*

**Özet:** Bu çalışmada,  $(\rho_0, \phi_0, z)$  koordinatlarına yerleştirilmiş çizgisel akım kaynağıyla beslenen, z eksenine paralel sonsuz uzun mükemmel iletken içbükey silindirik parabolik reflektör antenden saçılma problemi göz önüne alınmıştır. İlk olarak, Hertz vektörüne ait yüzey ışımaya integrali Fiziksel Optik (FO) yöntemi kullanılarak belirlenmiştir. Bu integral ifadesinin de görülen Green fonksiyonu tanımlanmış ve yüzeye ait normal birim vektörü ile yüzeye gelen toplam magnetik alan bileşeninin vektörel çarpımı elde edilmiştir. Daha sonra bu ifadeler ışımaya integralinde yerine yazılmış ve integralin  $z'$  katı hesaplanmıştır. Neticede, FO ışımaya integrali sadece  $\phi'$  katına bağlı olarak ifade edilebilmiştir. Elde edilen integral ifadesinden faydalanılarak anten sistemine ait ışımaya diyagramları, ilgili parametrelerin çeşitli değerleri için polar koordinatlarda çizdirilmiş ve böyle bir anten sisteminin tasarımı için en optimum durum araştırılmıştır. Çalışmada silindirik parabolik reflektör antenin çalışma frekansı 2 (GHz) olarak seçilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Parabolik Reflektör Anten, Green Fonksiyonları, Polar Işıma Diyagramı, Fiziksel Optik Yöntemi.

### Optimisation of Radiation Integral for the Offset Fed Parabolic Reflector Antennas

**Abstract:** In this study, perfectly conducting cylindrical parabolic reflector is considered. It is fed by an electrical line source, placed at the coordinates  $(\rho_0, \phi_0, z)$ . Firstly, Physical Optics (PO) Method is used for the determination of the surface radiation integral of the Hertz vector. The Greens Function in this integral is defined. Vector product of the unit normal vector and the total incident magnetic field component is calculated. Then, these expression is written in the integral and  $z'$  part is calculated. As a result PO radiation integral, which depends on  $\phi'$ , is obtained. The radiation patterns of the antenna system are plotted for different values of the related parameters at polar coordinates. So, an optimisation of such an antenna system's design is searched. In this work, the frequency of the parabolic reflector antenna is taken as 2 (GHz).

**Key Words:** Parabolic Reflector Antenna, Greens Function, Polar Radiation Pattern, Physical Optics.

## 1. GİRİŞ

Silindirik parabolik reflektör antenler radar uygulamalarında özellikle sivil hava alanlarında uçakla haberleşmenin sağlandığı yer radarı anteni olarak kullanılmaktadır. Bu çalışmada, odak dışı beslemeli bir reflektör antenden saçılan alanlara ait tek katlı ışımaya integrali Fiziksel Optik (FO) yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve bu ışımaya integralinin değerlendirilmesi nümerik olarak yapılmıştır. Reflektörün kenarlarından kırınım nedeniyle oluşan köşe kırınım alanlarının hesabı ise, ışımaya diyagramları çizdirilirken göz önüne alınmamıştır. Bunun nedeni, yöresel yada yöresel olmayan yüzeylerden yansıyan alanlara ait ışımaya integralinin FO yöntemi ile kolayca elde edilebilir ve hesabının nümerik olarak yapılabilir olması buna karşın, diğer kırınım etkilerinin hesabının nümerik olarak yapılmamasıdır. Fakat daha önce yapılan çalışmalar, diğer kırınım etkileri göz önüne alınmaksızın anten yüzeyinden yansıyan alanların anten sisteminden herhangi bir ortama aktarılan toplam gücün büyük bir kısmını teşkil ettiğini göstermiştir (Stutzman ve

\* Uludağ Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Elektronik Mühendisliği Bölümü, Görükle, Bursa.

\*\* Çankaya Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü, Ankara.

Thiele, 1998). Bu nedenle, çalışmada yapılan incelemelerin gerçek sistemi değerlendirebileceğimiz faydalı veriler ürettiği söylenebilir. Çalışmanın bütününde zaman faktörü  $e^{j\omega t}$  olarak göz önüne alınmıştır.

## 2. FİZİKSEL OPTİK YÖNTEMİ

Küre ve silindir gibi bazı benzer cisimlerden saçılan alan hesabını yapmak için uygulama ve pratiklik açısından Fiziksel Optik (FO) yöntemi sıkça kullanılmaktadır (Yalçın, 2002). FO'nun eşitlikleri yüksek frekanslarda Geometrik Optik (GO) eşitliklerine indirgenmektedir. Genellikle iletken bir yüzeyden saçılan alan FO'dan elde edilebildiği için, bu yöntem GO'dan çok daha genel olmaktadır. FO yöntemi saçıcı cismin yüzeyindeki alanın geometrik optik alanı olduğu farz edilmesi prensibine dayanır. Bu saçıcının aydınlatılmış bölgesinde ki her nokta için geçerlidir. Fakat saçıcının gölge bölgesi için durum daha farklıdır. Çünkü yüzey üzerinde saçıcının gölge bölgesindeki alan sıfırdır. Bunun nedeni, bu bölgedeki her nokta için sonsuz bir teğet düzlemi varmış gibi saçılma olayının gerçekleşmesidir (Ruck, 1970).

Mükemmel İletken (Mİ) bir yüzey için, kabul edilen FO yüzey akımı,  $\vec{n}$  saçıcı yüzeyin normal birim vektörü olmak üzere

$$\vec{J}_{es} = \begin{cases} \vec{n} \times \vec{H}_T & , \text{ aydınlatılmış bölgede} \\ 0 & , \text{ gölge bölgesinde} \end{cases} \quad (1)$$

şeklinde verilebilir. Görüntü yöntemi göz önüne alındığında, (Mİ) bir yüzey üzerinde indüklenen akımın serbest uzayda eşdeğer akımlarla ifade edilmesi ile aydınlatılmış bölgede, besleme kaynağının iki katı olarak düşünülebilir. Neticede aydınlatılmış bölgede FO yüzeyel akım yoğunluğu,

$$\vec{J}_{es}(\vec{r}') = 2(\vec{n} \times \vec{H}_0)|_s \quad (2)$$

olarak ifade edilebilir. Diğer taraftan saçılan alanın elektrik Hertz vektörüne ait Helmholtz denkleminin ikinci skaler Green teoremi yardımıyla elde edilen bir çözümü

$$\vec{\pi}_e = \frac{1}{4\pi j\omega\epsilon_0} \iiint_V \vec{J}_{ev}(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') dv' \quad (3)$$

şeklinde (Bayrakçı, 1992). Burada

$$\vec{J}_{ev}(\vec{r}') = \vec{J}_{es}(\vec{r}') \delta(s - s') \quad (4)$$

olmak üzere (2) ifadesinin de yerine yazılmasıyla

$$\vec{\pi}_e = \frac{1}{2\pi j\omega\epsilon_0} \iint_s (\vec{n} \times \vec{H}_0)|_s G(\vec{r}, \vec{r}') ds' \quad (5)$$

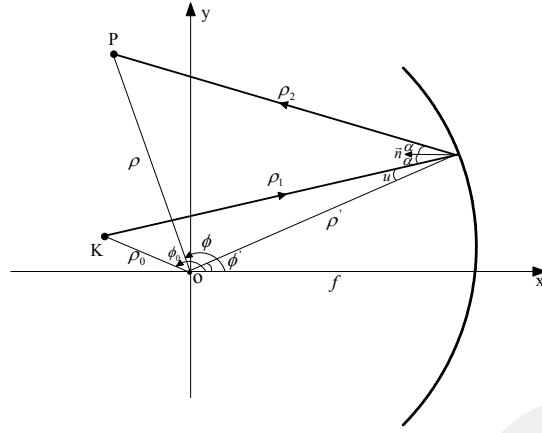
şeklinde elektrik Hertz vektörüne ait iki katlı integral ifadesi bulunabilir. Bu son integral eşitliğinden faydalanılarak yöresel bir yüzeye ait saçılan alan ifadeleri elde edilebilir. Eşitlik (5)'de görülen serbest uzay Green fonksiyonu

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-jkR}}{R} \quad , \quad R = \|\vec{R}\| = \|\vec{r} - \vec{r}'\| \quad (6)$$

ile verilebilir. Saçılan alan için yapılan bu tanımlamanın, frekanstan bağımsız olan GO tanımının aksine frekansa bağımlı olduğu söylenebilir. Bu nedenle FO çözümlerinin saçılan alan hesabı için çok daha doğru bir yaklaşım olduğunu söylemek yanlış olmaz. Belli durumlar için böyle olmasına rağmen, FO'nun geçerli uygulamalarında gerekli ve yeterli koşullar bilinmediği zaman, genel bir sonuca ulaşamayabilir (Ruck, 1970). Uygulanmasının güç olduğu önemli bazı problemlere rağmen, bir çok pratik çalışma da FO yöntemi mühendislik için oldukça değerlidir.

## 3. PROBLEMİN ANALİTİK HESABI

Bu bölümde odak dışından beslenen silindirik parabolik reflektörden yansıyan alan hesabı yapılacaktır. Bu sisteme ait geometri Şekil 1'de verilmiştir.



Şekil 1:  
Çizgisel kaynak ve parabolik reflektörün (xy) düzlemindeki kesiti

Şekil 1'den görülebileceği üzere probleme ait geometri için önemli parametreler,  $\rho_0, \phi_0, f$ 'dir. Bunlar sırasıyla kaynağın orijinden uzaklığı, kaynağın x eksenine yaptığı açı ve parabolik reflektörün odak uzaklığıdır. Silindirik parabolik reflektörün kutupsal koordinatlardaki denklemi ve bu reflektöre ait normal birim vektörü ise, kaynak bölgesi için  $\rho$  yerine  $\rho'$  ve  $\phi$  yerinde  $\phi'$  yazılarak

$$\rho' = \frac{2f}{1 + \cos \phi'} \quad (7)$$

$$\bar{n} = -\cos \frac{\phi'}{2} \bar{e}_{\rho'} + \sin \frac{\phi'}{2} \bar{e}_{\phi'}$$

şeklinde verilebilir (Bayrakçı, 1992). Anten sisteminin Şekil 1 ile verilen geometrisinden faydalanarak, üç boyutlu uzayda konum vektörünün genli için

$$R = [\rho_1^2 + (z - z')^2]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

$$\rho_1 = [\rho'^2 + \rho_0^2 - 2\rho'\rho_0 \cos(\phi_0 - \phi')]^{\frac{1}{2}}$$

ifadeleri yazılabilir (Bayrakçı, 2001). Yine aynı geometriden faydalanarak

$$\rho_2 = [\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\phi - \phi')]^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

ve ilgili teoremden Green fonksiyonuna ait

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-jkR}}{R} = \frac{1}{2j} \int_{-\infty}^{\infty} H_0^{(2)}(\sqrt{k^2 - \eta^2} \rho_2) e^{-j\eta(z-z')} d\eta \quad (10)$$

yazılabilir (Harrington, 1961). Reflektörün yüzeyine ait integral değişkeni ve bu yüzey üzerine gelen magnetik alan bileşeni

$$H_0 \approx \frac{\omega\mu_0 I}{4Z_0} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{-jk\rho_1 + j\pi/4}}{\sqrt{k\rho_1}} \quad (11)$$

olmak üzere

$$dS' = \rho' d\phi' dz'$$

$$\vec{H}_0 = H_0 \sin u \bar{e}_{\rho'} + H_0 \cos u \bar{e}_{\phi'} \quad (12)$$

şeklinde verilebilir. Silindirik parabolik reflektörün yüzeyinde indüklenen yüzeysel akım yoğunluğunun yarısına eşit olan ve reflektöre ait normal birim vektörü ile yüzeye gelen toplam magnetik alan bileşeninin vektörel çarpımı

$$\begin{aligned}\bar{n} \cdot (-\bar{e}_{\rho'}) &= \cos\left(\frac{\phi'}{2}\right) = \cos(\alpha + u) \\ \alpha &= \frac{\phi'}{2} - u\end{aligned}\quad (13)$$

şeklinde olmak üzere

$$\bar{n} \times \bar{H}_0 = -\bar{e}_{z'} H_0 \cos\left(\frac{\phi'}{2} - u\right) = -\bar{e}_z H_0 \cos \alpha \quad (14)$$

olarak elde edilebilir. Hertz vektörünün (5) ile verilen ifadesinde hesaplanan (14) ve Green fonksiyonuna ait (10) integral ifadesi de yerine yazılarak

$$\bar{\pi}_e = \bar{e}_z \frac{1}{4\pi\omega\epsilon_0} \int_{\phi'=-\phi_{01}}^{\phi_{01}} H_0 \cos\alpha \left[ \int_{\eta=-\infty}^{\infty} H_0^{(2)}(\sqrt{k^2 - \eta^2} \rho_2) e^{-j\eta(z-z')} d\eta \right] \rho' d\phi' dz' \quad (15)$$

eşitliği elde edilebilir. Elde edilen elektrik Hertz vektörüne ait integral ifadesinin  $z'$  katı

$$\int_{z'=-\infty}^{\infty} e^{j\eta z'} dz' = 2\pi\delta(\eta) \quad (16)$$

olmak üzere alınır ve  $\eta$  katında ( $\eta=0$ ) yazılarak hesap edilebilir. Elde edilen ifade (15) eşitliğinde yerine yazılarak, eşitlik yeniden düzenlenirse

$$\bar{\pi}_e = \bar{e}_z \frac{1}{2\omega\epsilon_0} \int_{\phi'=-\phi_{01}}^{\phi_{01}} H_0 \cos\alpha H_0^{(2)}(k\rho_2) \rho' d\phi' \quad (17)$$

olarak ifade edilebilir. Bu eşitlikte görülen sıfırıncı mertebeden ikinci nevi Hankel fonksiyonuna ait  $k \rightarrow \infty$  için Debye asimptotik açılımı

$$H_0^{(2)}(k\rho_2) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{-jk\rho_2 + j\pi/4}}{\sqrt{k\rho_2}} \quad (18)$$

şeklinde ifade edilebilir (Bayrakçı, 1991). Burada, (11) ve (18) ifadeleri (17)'de yerlerine yazılıp, yeniden düzenlenirse elektrik Hertz vektörüne ait

$$\bar{\pi}_e = \bar{e}_z \frac{jZ_0 I}{4k\pi} \int_{\phi'=-\phi_{01}}^{\phi_{01}} \cos\alpha \frac{e^{-jk(\rho_1+\rho_2)}}{\sqrt{\rho_1\rho_2}} \rho' d\phi' \quad (19)$$

integral ifadesi elde edilebilir. Uzak alan düzlemsel dalga yaklaşıklığı  $\rho \gg \rho'$  faz ve genlik için yapılsa

$$\begin{aligned}\rho_2 &= \left[ \rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\phi - \phi') \right]^{1/2} \approx \rho - \rho' \cos(\phi - \phi') \\ \frac{1}{\sqrt{\rho_2}} &\approx \frac{1}{\sqrt{\rho}}\end{aligned}\quad (20)$$

ifadeleri elde edilebilir. Bu ifadelerin ve silindirik parabolik reflektörün kutupsal koordinatlardaki denkleminin (19)'da yerine yazılmasıyla

$$\bar{\pi}_e = \bar{e}_z \frac{jZ_0 I}{2k\pi} \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \int_{\phi'=-\phi_{01}}^{\phi_{01}} \frac{\cos\alpha}{1 + \cos\phi'} \frac{e^{-jk\rho_1} e^{jk\rho' \cos(\phi - \phi')}}{\sqrt{\rho_1}} d\phi' \quad (21)$$

ifadesi bulunabilir. Hertz vektörüne ait bu integral ifadesi uzak alan için

$$E_z \approx k^2 \pi_{ez} \quad (22)$$

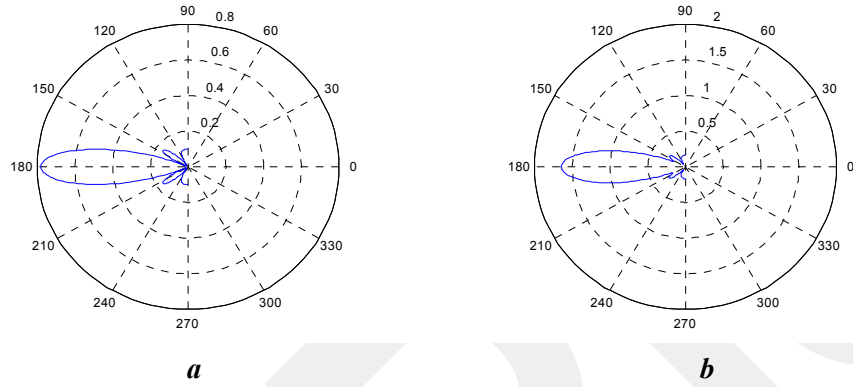
yaklaşıklığı kullanılarak, silindirik parabolik reflektörden yansıyan dalgaların elektrik alanına ait ifadesi silindirik dalga olarak

$$E_z \approx \frac{jZ_0 k I}{2\pi} \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \int_{\phi'=-\phi_{01}}^{\phi_{01}} \frac{\cos\alpha}{1 + \cos\phi'} \frac{e^{-jk\rho_1} e^{jk\rho' \cos(\phi - \phi')}}{\sqrt{\rho_1}} d\phi' \quad (23)$$

şeklinde elde edilebilir.

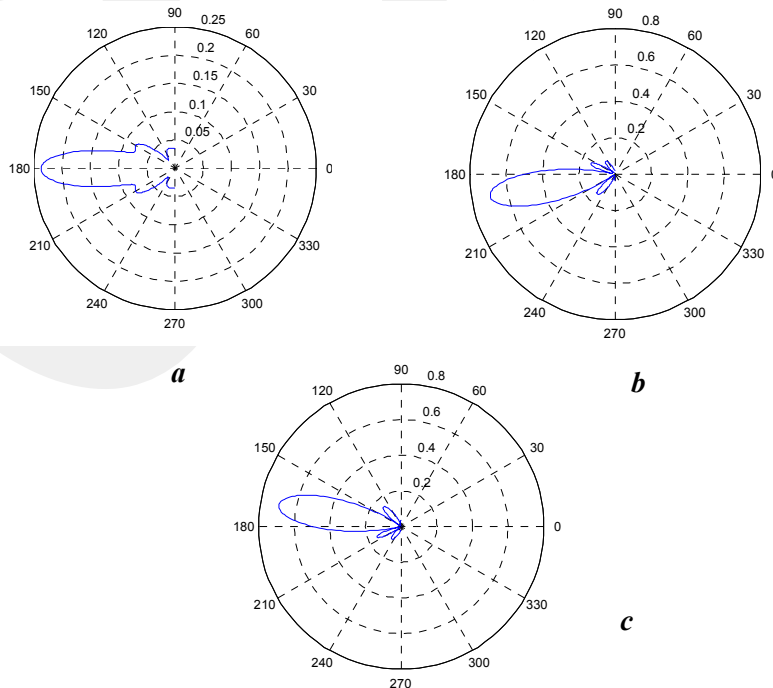
#### 4. NÜMERİK SONUÇLAR

Bu bölümde verilen tüm ışın diyagramları (23) integral eşitliği göz önüne alınarak çeşitli nümerik değerler için ayrı ayrı çizdirilmiştir. Mİ parabolik reflektörün  $\phi_{01}$  açısı ile simetrik olarak kesildiği farz edilmiştir. Bu durum köşelerde kırınım alanlarının oluşmasına neden olmaktadır. Teorik olarak köşe kırınım alanları, ışın alanı belirli bir kayba sebep olur ve ayrıca yan kulakçık seviyelerini de artırır. (23) integralinden de görülebileceği üzere gelen alanın sonlu kaynaklı Mİ içbükey parabolik reflektör antenden saçılması FO yöntemi ile ele alınmıştır. Bu sebepten dolayı köşe kırınım alanları sadece düzenli kenar ağırlıkları nedeniyle oluşacağı için, integralden bulunacak olan alanlar, tam çözümden farklıdır. İntegral nümerik olarak değerlendirildiğinde ortaya çıkacak olan etkilerde bu bakımdan eksik olacaktır. Fakat ışın alanındaki enerjinin büyük bir kısmı yansıyan alanda bulunmaktadır. Bu ise optimizasyon amaçlı bir inceleme için yeterlidir.

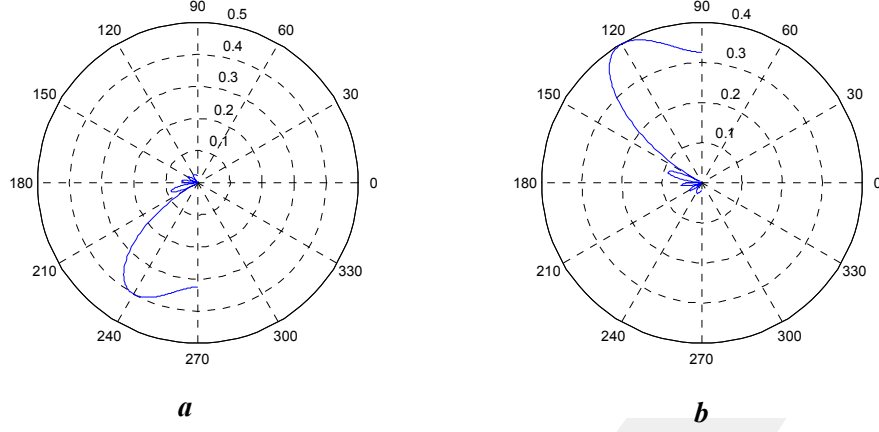


Şekil 2:  
 $\phi_0: 0, \phi_{01}: \pi/4$  için ışın diyagramları

Şekil 2a'da parabolik reflektör odakta beslendiğinde ( $\rho_0: 0$  m) ve simetrik olarak  $\pi/4$  açısı ile kesildiğinde meydana gelen alan değişimine ait ışın diyagramı verilmiştir. Şekil 2b'de parabolik reflektör odak dışından beslenmiş ( $\rho_0: 0.3$ m) (kaynağın yeri, odak ile reflektörün tepe noktası arasında ve x ekseninde) ve simetrik olarak  $\pi/4$  açısı ile kesildiğinde meydana gelen alan değişimine ait ışın diyagramı verilmiştir.



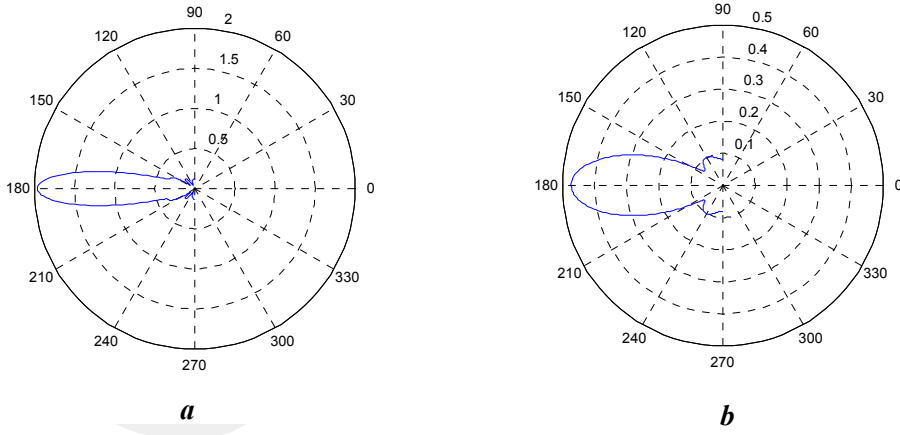
Şekil 3:  
 $(\rho_0: 1m, \phi_0: \pi; \rho_0: 0.1m, \phi_0: 2\pi/3; \rho_0: 0.1m, \phi_0: 4\pi/3)$  ve  $\phi_{01}: \pi/4$  için ışın diyagramları



Şekil 4:  
 $(\phi_0:2\pi/3; \rho_0:0.5m)$  ve  $\phi_0:4\pi/3, \phi_{01}:\pi/4$  için ışın diyagramları

Şekil 3a'da parabolik reflektör odak dışından beslenmiş (kaynağın yeri, x ekseninde reflektörün odağından ötede) ve simetrik olarak  $\pi/4$  açısı ile kesildiğinde meydana gelen alan değişimine ait ışın diyagramı verilmiştir. Şekil 3b'de parabolik reflektör odak dışından beslenmiş (kaynağın yeri, birim çembere göre ikinci bölgede) ve simetrik olarak  $\pi/4$  açısı ile kesildiğinde meydana gelen alan değişimine ait ışın diyagramı verilmiştir. Şekil 3c'de parabolik reflektör odak dışından beslenmiş (kaynağın yeri, birim çembere göre üçüncü bölgede) ve simetrik olarak  $\pi/4$  açısı ile kesildiğinde meydana gelen alan değişimine ait ışın diyagramı verilmiştir.

Şekil 4a'da parabolik reflektör odak dışından beslenmiş, bununla birlikte kaynağın odaktan uzaklığı, Şekil 3b'deki duruma göre daha fazla seçilmiş (kaynağın yeri, birim çembere göre ikinci bölgede) ve simetrik olarak  $\pi/4$  açısı ile kesildiğinde meydana gelen alan değişimine ait ışın diyagramı verilmiştir. Şekil 4b'de parabolik reflektör odak dışından beslenmiş, bununla birlikte kaynağın odaktan uzaklığı, Şekil 3c'deki duruma göre daha fazla seçilmiş (kaynağın yeri, birim çembere göre üçüncü bölgede) ve simetrik olarak  $\pi/4$  açısı ile kesildiğinde meydana gelen alan değişimine ait ışın diyagramı verilmiştir.



Şekil 5:  
 $(\rho_0:0.3m, \phi_0:0, \phi_{01}:\pi/3; \rho_0:1m, \phi_0:\pi, \phi_{01}:\pi/6)$  için ışın diyagramları

Şekil 5a'da parabolik reflektör odak dışından beslenmiş, ve Şekil 2b'deki durumdan farklı olarak, reflektörün simetrik olarak  $\pi/3$  açısı ile kesilmiş olmasıdır. Netice de bu durum için meydana gelen alan değişimine ait ışın diyagramı verilmiştir. Şekil 5b'de parabolik reflektör odak dışından beslenmiş, (kaynağın yeri, x ekseninde ve reflektörün odağından uzakta bir yerde) ve simetrik olarak  $\pi/6$  açısı ile kesildiğinde meydana gelen alan değişimine ait ışın diyagramı verilmiştir.

## 5. SONUÇ

Bu çalışmada, odak dışı beslemeli silindirik parabolik reflektör antenlere ait ışınma integralinin optimizasyonu Fiziksel Optik (FO) yöntemi ile yapılmıştır. İlk olarak, elektrik çizgisel akım kaynağıyla odak dışından beslenen Mİ içbükey silindirik parabolik reflektörden yansıyan alanlara ait ışınma integrali FO yöntemi ile elde edilmiştir. Daha sonra, Green fonksiyonu tanımlanarak, yüzey normal vektörü ile yüzeye üzerine gelen magnetik alan bileşeninin vektörel çarpımı hesaplanmıştır. Bu ifadeler ışınma integralinde yerine yazılıp, integralin  $z'$  katı alınabilmiş ve sadece  $\phi'$  katına bağlı olarak ifade edilebilmiştir. Elde edilen tek katlı ışınma integralinden faydalanılarak anten sistemine ait ışınma diyagramları, ilgili parametrelerin çeşitli değerleri için polar koordinatlarda çizdirilmiştir. Netice olarak, böyle bir anten sisteminin tasarımı için en optimum durum araştırılmıştır.

Elde edilmiş olan, ışınma diyagramları içinden yönelticilik ve kazanç, hem de tasarım açısından en pratik olan anten sistemine ait ışınma diyagramı Şekil 5a ile verilmiştir. Bu durumda anten sistemi şu şekildedir; Parabolik reflektör odak dışından beslenmiş, ve reflektör simetrik olarak  $\pi/3$  açısı ile kesilmiştir.

## 6. KAYNAKLAR

1. Bayrakçı, H. E. (1991). *Lineer Sistemlerin Mühendislik Matematiği*, Çağlayan Kitabevi, İstanbul.
2. Bayrakçı, H. E. (1992). *Antenlerin Teorisi ve Tekniği*, Güneş Kitabevi, İstanbul.
3. Bayrakçı, H. E. (2001). *Elektromagnetik Dalga Teorisi*, Birsen Yayınevi, İstanbul.
4. Harrington R. F. (1961). *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*, McGraw-Hill Book Company, New York.
5. Ruck, G. T. Ed. (1970). *Radar Cross Section Handbook*, Plenum, New York.
6. Stutzman, W. L. and Thiele, G. A. (1998). *Antenna Theory and Design*, John Wiley & Sons, Inc, New York.
7. Yalçın, U. (2002). İçbükey İletken Bir Yüzeyin Kenarından Kırınan Elektromagnetik Dalgaların Fiziksel Optik Yaklaşımıyla Asimptotik Hesabı, *URSI-TÜRKİYE'2002 Union Radio Science International Birinci Ulusal Kongresi*. İ.T.Ü., İstanbul, 42-45.